

郟城县 2022--2023 学年度九年级上学期期中质量调研

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

CCBBB ABDDC DB

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。）

13. 一元二次方程 $3x^2=9x$ 的根是 $x_1=0, x_2=3$.

14. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示：

x	\cdots	-1	0	1	2	3	\cdots
y	\cdots	1	4	4	1	0	\cdots

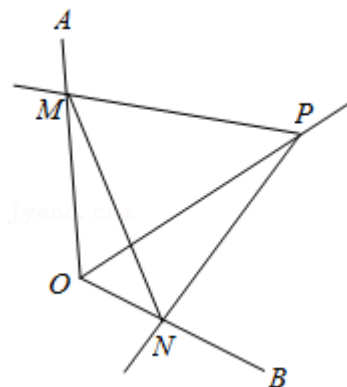
那么它的图象的对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$.

15. 如图，用一个半径为 6cm 的定滑轮拉动重物上升，滑轮旋转了 150° ，假设绳索粗细不计，且与轮滑之间没有滑动，则重物上升了 $5\pi\text{ cm}$.（结果保留 π ）

16. 如图，点 P 为定角 $\angle AOB$ 的平分线上的一个定点，且 $\angle MPN$ 与 $\angle AOB$ 互补，若 $\angle MPN$ 在绕点 P 旋转的过程中，其两边分别与 OA 、 OB 相交于点 M 、 N ，则以下结论：

① $PM=PN$ 恒成立；② $OM-ON$ 的值变化；③ $\triangle OMN$ 的周长不变；④ 四边形 $PMON$ 的面积不变.

其中正确的序号为①②④.



三、解答题（本题共 7 个小题，共 72 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

17.（本题 12 分）解方程：

(1) $x^2+4x-12=0$;

解： $(x+6)(x-2)=0$2分

$x+6=0$ 或 $x-2=0$4分

$x_1=-6, x_2=2$6分

(2) $3x(x-1)=(1-x)^2$.

解： $3x(x-1)=(x-1)^2$1分

$(x-1)^2-3x(x-1)=0$2分

$(x-1)(x-1-3x)=0$3分

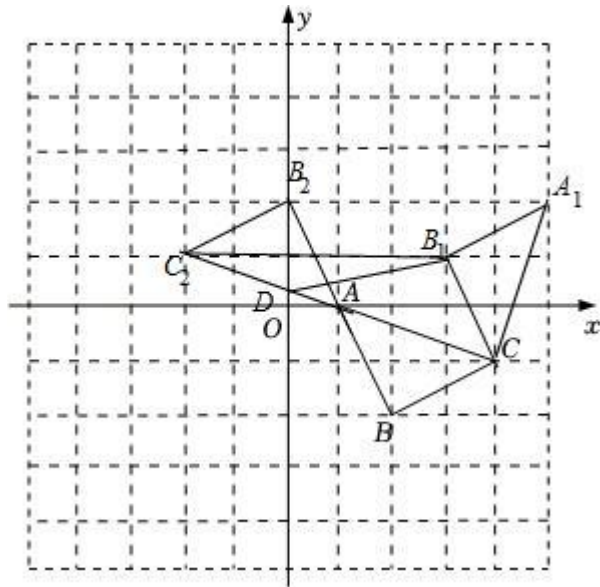
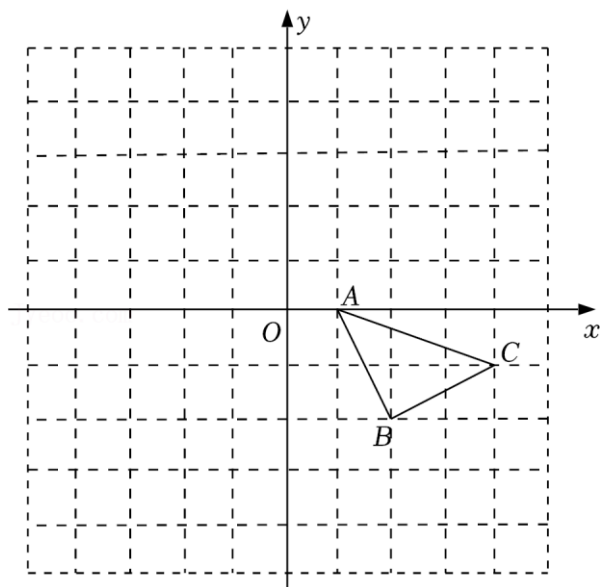
$(x-1)(-1-2x)=0$4分

$x-1=0, -1-2x=0$5分

$x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}$6分

18. (本题 8 分) 如图所示的正方形网格中 (每个小正方形的边长是 1, 小正方形的顶点叫作格点), $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 请在所给平面直角坐标系中按要求画图 and 解答下列问题:

- (1) 以点 C 为旋转中心, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得 $\triangle CA_1B_1$, 画出 $\triangle CA_1B_1$;
- (2) 作出 $\triangle ABC$ 关于点 A 成中心对称的 $\triangle AB_2C_2$;
- (3) 设 AC_2 与 y 轴交于点 D , 则 $\triangle B_1DC$ 的面积为 _____.



解: (1) 如图:2 分

(2) 如图:4 分

(3) $\frac{10}{3}$ 8 分

19. (本题 8 分) 某口罩生产厂生产的口罩一月份平均日产量为 20000 个, 一月底因突然爆发新冠肺炎疫情, 市场对口罩需求量大增, 为满足市场需求, 工厂决定从二月份起扩大产能, 使三月份平均日产量达到 28800 个.

- (1) 求口罩日产量的月平均增长率;
- (2) 按照这个增长率, 预计四月份平均日产量为多少?

解: (1) 设口罩日产量的月平均增长率为 x

依题意得: $20000(1+x)^2 = 28800$,2 分

$$(1+x)^2 = \frac{144}{100} \text{3 分}$$

解得: $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (舍)4 分

答: 口罩日产量的月平均增长率为 20%.5 分

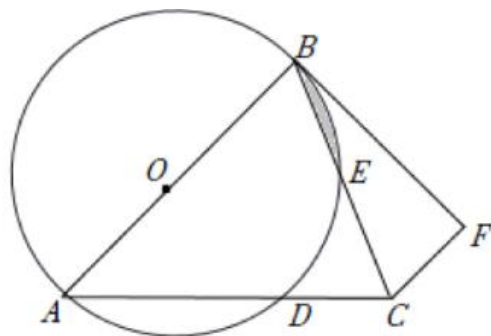
(2) $28800 \times (1+20\%) = 34560$ (个).7 分

答: 预计 4 月份平均日产量为 34560 个.8 分

20. (本题 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, AC 与 $\odot O$ 交于点 D , BC 与 $\odot O$ 交于点 E , BC 平分 $\angle ACF$, 且 $CF=CD$, 连接 BF .

(1) 求证: BF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle BAC=45^\circ$, $AD=2$, 求图中阴影部分的面积.



(1) 证明: 如图 1, 连接 BD ,

$\because BC$ 平分 $\angle ACF$

$\therefore \angle ACB = \angle BCF$ 1 分

在 $\triangle DCB$ 和 $\triangle FCB$ 中,

$$\begin{cases} CD=CF \\ \angle DCB=\angle FCB, \\ CB=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCB \cong \triangle FCB$ (SAS), 2 分

$\therefore \angle F = \angle CDB$,

$\because AB$ 为直径

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$

$\therefore \angle F = 90^\circ$ 3 分

$\because AB=AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

$\because \angle ACB = \angle BCF$

$\therefore \angle ABC = \angle FCB$ 4 分

$\therefore AB \parallel CF$,

$\therefore \angle ABF + \angle F = 180^\circ$

$\therefore \angle ABF = 90^\circ$, 即 $AB \perp BF$,

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线; 5 分

(2) 解: 如图 2, 连接 BD 、 OE 交于点 M , 连接 AE ,

$\because AB$ 是直径,

$\therefore AE \perp BC$, $AD \perp BD$,

$\because \angle BAC = 45^\circ$, $AD = 2$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形, 6 分

$\therefore BD = AD = 2$, $AB = 2\sqrt{2}$,

$\therefore OA = OB = \sqrt{2}$, 7 分

又 $\because AB = AC$, $AE \perp BC$

$\therefore E$ 是 BC 的中点,

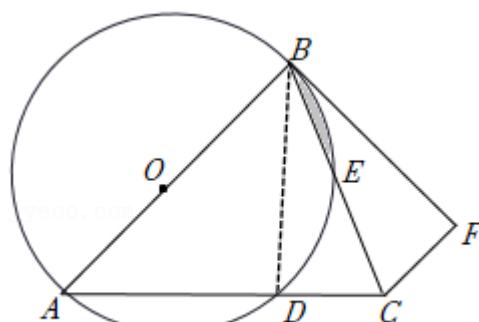


图 1

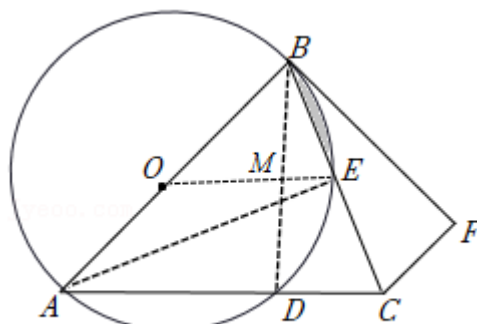


图 2

∴ OE 是 $\triangle ADB$ 的中位线, 8 分

∴ $OE \parallel AD$,

∴ $\angle BOE = \angle BAC = 45^\circ$, $OE \perp BD$,

∴ $BM = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 2 = 1$, 9 分

∴ $S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } BOE} - S_{\triangle BOE}$

$$= \frac{45^\circ \pi \cdot 2}{360} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 10 分}$$

21. (本题 10 分) 某小区为配合疫情防控需要, 每天组织居民进行核酸抽样检测; 防疫部门为了解人们错峰进行核酸检测情况, 调查了某天上午居民进入检测场地的累计人数 y (单位: 人) 与时间 x (单位: 分钟) 的变化情况, 发现其变化规律符合函数关系式: $y = \begin{cases} -10x^2 + 160x & (0 \leq x \leq 8) \\ 640 & (x > 8) \end{cases}$, 如果居民一进入场地就开始排队进行核酸检测, 检测点有 4 个, 每个检测点每分钟检测 5 人, 求排队人数的最大值.

解: 设第 x 分钟时的排队人数为 W ,

根据题意得: $W = y - 20x$, 1 分

$$\therefore W = \begin{cases} -10x^2 + 140x & (0 \leq x \leq 8) \\ -20x + 640 & (x > 8) \end{cases} \text{ 4 分}$$

当 $0 \leq x \leq 8$ 时,

$$W = -10x^2 + 140x = -10(x - 7)^2 + 490, \text{ 6 分}$$

∴ 当 $x = 7$ 时, $W_{\text{最大}} = 490$, 7 分

当 $x > 8$ 时, $W = 640 - 20x$, 8 分

∵ $k = -20 < 0$,

∴ W 随 x 的增大而减小,

∴ $W < 480$, 9 分

答: 排队人数最多时有 490 人; 10 分

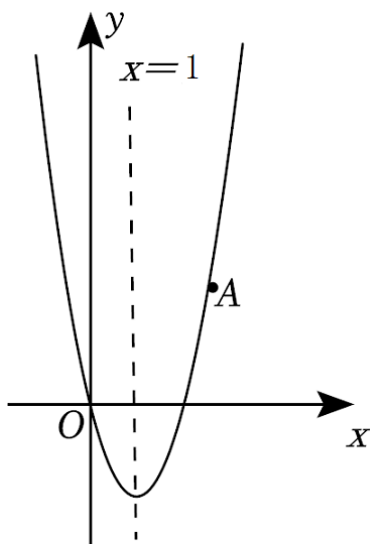
22. (本题 12 分)

如图，已知抛物线过点 $O(0, 0)$ ， $A(3, 3)$ ，且它的对称轴为 $x=1$ ，点 B 是抛物线对称轴上的一点，且点 B 在第一象限。

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 当 $\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ 时，求 B 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下， P 是抛物线上的动点，当 $PA - PB$ 的值最大时，求 P 的坐标以及 $PA - PB$ 的最大值。



解：(1) \because 抛物线过点 $O(0, 0)$ ， $A(3, 3)$ ，且它的对称轴为 $x=1$ ，

\therefore 抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为 $(2, 0)$ ，

设抛物线解析式为 $y=ax(x-2)$ ，把 $A(3, 3)$ 代入，得 $3a=3$ ，

解得： $a=1$ ，

$\therefore y=x(x-2)=x^2-2x$ ，

故此抛物线的解析式为 $y=x^2-2x$ ；2 分

(2) \because 点 B 是抛物线对称轴上的一点，且点 B 在第一象限，

\therefore 设 $B(1, m)$ ($m>0$)，

设直线 OA 的解析式为 $y=kx$ ，

则 $3k=3$ ，

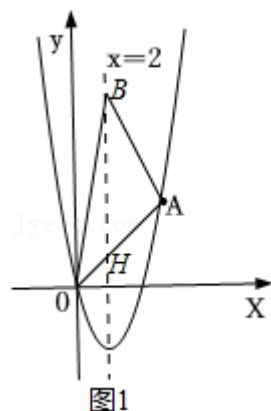
解得： $k=1$ ，

\therefore 直线 OA 的解析式为 $y=x$ ，3 分

设直线 OA 与抛物线对称轴交于点 H ，则 $H(1, 1)$ ，

$\therefore BH=m-1$ ，4 分

$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{9}{2}$ ，



$$\therefore \frac{1}{2} \times (m-1) \times 3 = \frac{9}{2}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得: $m=4$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(1, 4)$; $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) 设直线 AB 的解析式为 $y=cx+d$, 把 $A(3, 3)$, $B(1, 4)$ 代入

$$\text{得: } \begin{cases} 3k+b=3 \\ k+b=4 \end{cases}, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{9}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

当 $PA - PB$ 的值最大时, A 、 B 、 P 在同一条直线上,

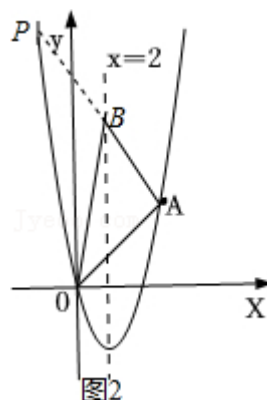
$\because P$ 是抛物线上的动点,

$$\therefore \begin{cases} y=x^2-2x \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2} \end{cases}, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1=-\frac{3}{2} \\ y_1=\frac{21}{4} \end{cases}, \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=3 \end{cases} \text{ (舍)} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore P(-\frac{3}{2}, \frac{21}{4}), \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{此时, } PA - PB = AB = \sqrt{5}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



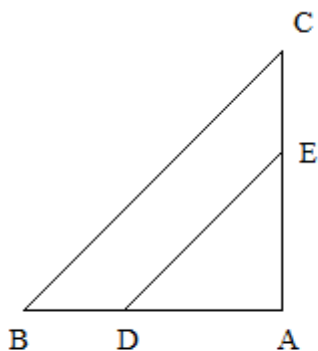
23. (本题 12 分)

(1) 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形, 且 $AB=AC$, $AD=AE$, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图②的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P .

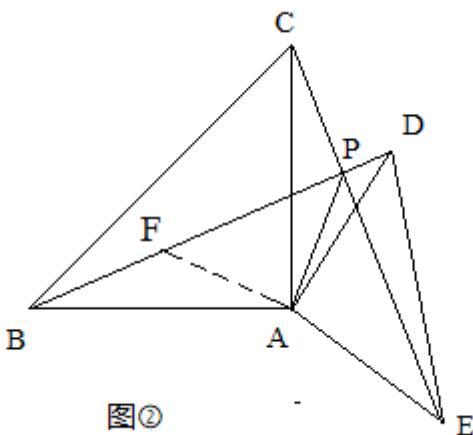
①求证: $BD \perp CE$.

②连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 并加以证明;

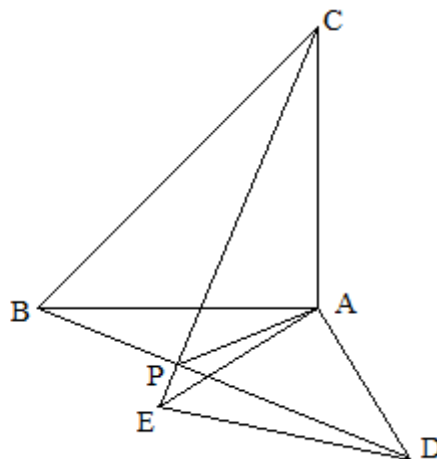
(2) 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图③的位置时, 连接 BD , CE 相交于点 P , 连接 PA , 猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系? 直接写出结论, 不需要证明.



图①



图②



图③

(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$,1 分

$\therefore \angle BAC+\angle CAD=\angle CAD+\angle DAE$,

即 $\angle DAB=\angle EAC$, 2 分

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS), 3 分

$\therefore \angle ABD=\angle ACE$, 4 分

$\therefore \angle ANB=\angle CND$

$\therefore \angle DPE=\angle BAC=90^\circ$, 5 分

(1) 证明: 在 BD 上截取 $BF=CP$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$\therefore \angle ABD=\angle ACE$, 6 分

$\therefore AB=AC$, $BF=CP$,

$\therefore \triangle BAF \cong \triangle CAP$ (SAS), 7 分

$\therefore AF=AP$, $\angle BAF=\angle CAP$, 8 分

$\therefore \angle BAC=\angle PAF=90^\circ$,

$\therefore \triangle AFP$ 是等腰直角三角形, 9 分

$\therefore PF=PA$,

$\therefore PB=BF+PF=PC+\sqrt{2}PA$; 10 分

(3) $PC=\sqrt{2}PA+PB$ 13 分